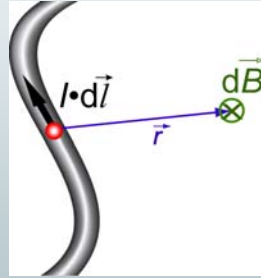


### 3.3 Quellen des magnetischen Feldes

- Biot-Savart-Gesetz
- Magnetfeld einer Spule
- Magnetfeld eines geraden Leiters
- Amperesches Gesetz

### 3.3.1 Biot-Savart-Gesetz

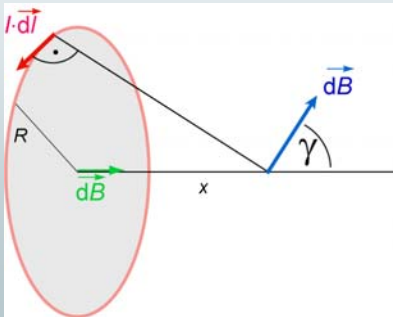
- Magnetfeld eines differentiell kleinen Stromfadens



$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I \cdot d\vec{\ell} \times \vec{r}}{r^3}$$

### 3.3.1 Biot-Savart-Gesetz

- Magnetfeld einer Leiterschleife



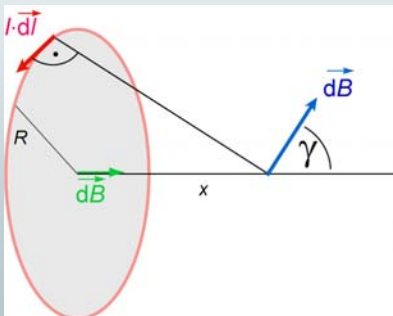
### 3.3.1 Biot-Savart-Gesetz

- a) Im Schleifenmittelpunkt

$$B = \frac{\mu_0 \cdot I}{2R}$$

### 3.3.1 Biot-Savart-Gesetz

- Magnetfeld einer Leiterschleife



### 3.3.1 Biot-Savart-Gesetz

- b) auf der Mittelsenkrechten im Abstand x:

$$B_x = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I \cdot 2\pi R^2}{(x^2 + R^2)^{3/2}} \quad B_y = B_z = 0$$

### 3.3.1 Biot-Savart-Gesetz

für  $x \gg R$ :  $(x^2 + R^2)^{3/2} \approx x^3$

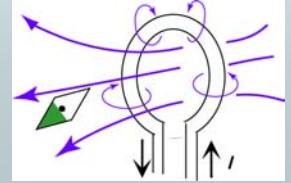
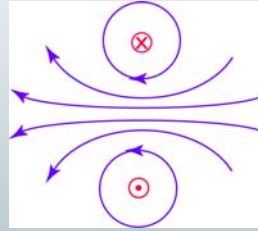
$$\Rightarrow B_x = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{2\pi R^2}{x^3}$$

$$B_x = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{p_m}{x^3}$$

vgl. elektrostatisches Dipolmoment

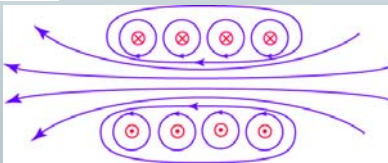
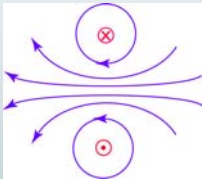
### 3.3 Quellen des Magnetfeldes

#### ■ Feld eines Kreisstromes

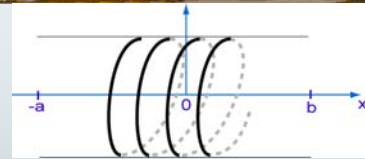


### 3.3 Quellen des Magnetfeldes

#### ■ von der Schleife zur Spule

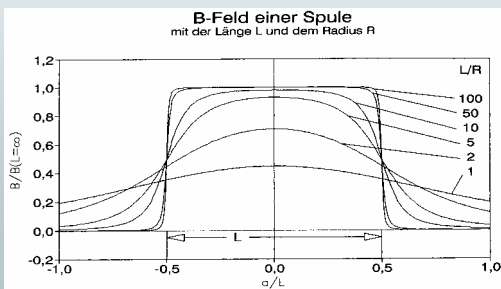


### 3.3.1 Biot-Savart-Gesetz



### 3.3.1 Biot-Savart-Gesetz

$$B_x = \frac{1}{2} \mu_0 \cdot n \cdot I \cdot \left( \frac{b}{\sqrt{b^2 + R^2}} + \frac{a}{\sqrt{a^2 + R^2}} \right)$$

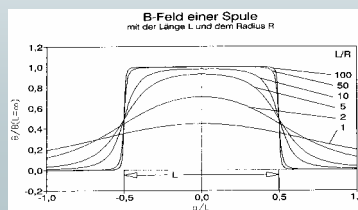


### 3.3.1 Biot-Savart-Gesetz

$$B_x = \frac{1}{2} \mu_0 \cdot n \cdot I \cdot \left( \frac{b}{\sqrt{b^2 + R^2}} + \frac{a}{\sqrt{a^2 + R^2}} \right)$$

für sog. "lange Spule" (d.h.  $a \gg R$ ;  $b \gg R$ ):

$$B = \mu_0 \cdot n \cdot I = \mu_0 \cdot \frac{N}{L} \cdot I$$



→ Feldmessung mit Hallsonde

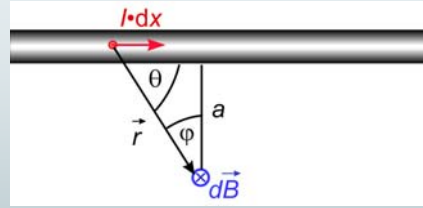
### 3.3 Quellen des Magnetfeldes

Regel: Sieht man auf die Spulenfläche:



### 3.3.1 Biot-Savart-Gesetz

■ Feld eines geraden stromdurchflossenen Leiters



$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I \cdot dx}{r^2} \cdot \sin \Theta$$

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I \cdot dx}{r^2} \cdot \cos \varphi$$

### 3.3.1 Biot-Savart-Gesetz

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I \cdot dx}{r^2} \cdot \cos \varphi$$

"Trick": Integration über  $\varphi$  - Substitution:

$$x = a \cdot \tan \varphi$$

$$\frac{dx}{d\varphi} = a \frac{1}{\cos^2 \varphi} = a \frac{r^2}{y^2}$$

$$dx = \frac{r^2}{a} d\varphi$$

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} I \cdot \int_{\varphi_2}^{\varphi_1} \left( \frac{1}{a} \cos \varphi \right) d\varphi$$

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I}{a} (\sin \varphi_1 + \sin \varphi_2)$$

### 3.3.1 Biot-Savart-Gesetz

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I}{a} (\sin \varphi_1 + \sin \varphi_2)$$

sehr lange Leiter:

$$\varphi_1 \rightarrow \frac{\pi}{2}; \quad \varphi_2 \rightarrow -\frac{\pi}{2}$$

$$B = \frac{\mu_0 \cdot I}{2\pi a}$$

für  $\infty$  langen geraden Leiter

### 3.3.2 Amperesches Gesetz

$$\oint B dl = \mu_0 \cdot I$$

(im Vakuum)

geschlossene Schleife

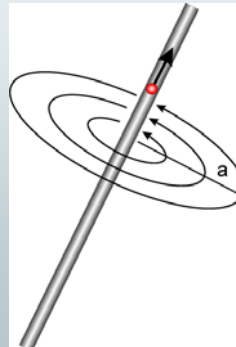
allg.  $\oint H ds = I$

„magn. Umlaufspannung“

Bei einem geschlossenen Umlauf ist die Wegsumme (Linienintegral) der magnetischen Feldstärke gleich dem umfassten Strom.

### 3.3.2 Amperesches Gesetz

■ Beispiel: Gerader Leiter

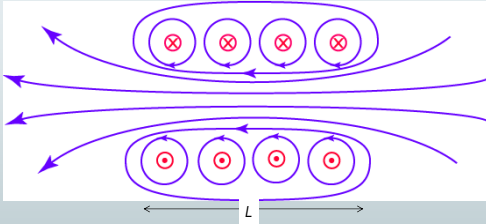


$$B = \mu_0 \frac{I}{2\pi a}$$

→ Feldlinienbild

### 3.3.2 Amperesches Gesetz

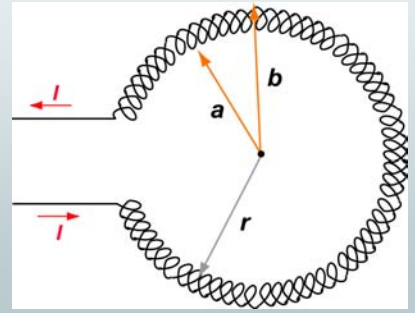
■ Beispiel: Lange Spule



→ Feldlinienbild

### 3.3.2 Amperesches Gesetz

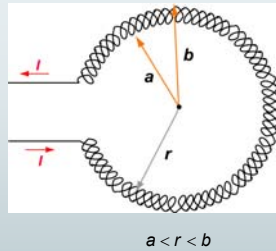
■ Toroidspule



→ Feldlinienbild

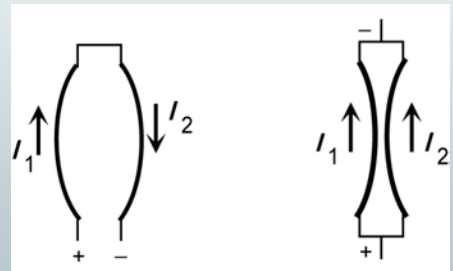
### 3.3.2 Amperesches Gesetz

■ Toroidspule



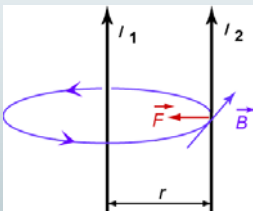
### 3.3.2 Amperesches Gesetz

■ Definition des Ampere



### 3.3.2 Amperesches Gesetz

■ Definition der Stromstärke 1 Ampere



Eichung:  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{N}{A^2}$

Zwei geradlinige, sehr lange parallele Leiter im Abstand 1 m werden von einem Strom 1 A durchflossen, wenn auf 1 m Leiter eine Kraft von  $2 \cdot 10^{-7}$  N wirkt.

### 3.4 Materie im Magnetfeld

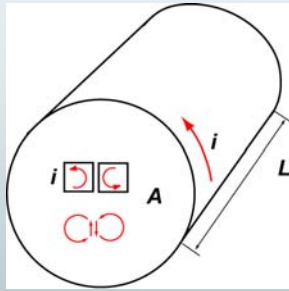
- Atomare Kreisströme
- Diamagnetismus
- Paramagnetismus
- Ferromagnetismus

### 3.4 Materie im Magnetfeld

Mikroskopische magn. Momente werden durch atomare Kreisströme erzeugt

Elementarmagnete über:

$$\vec{m} = I \cdot \vec{A}$$



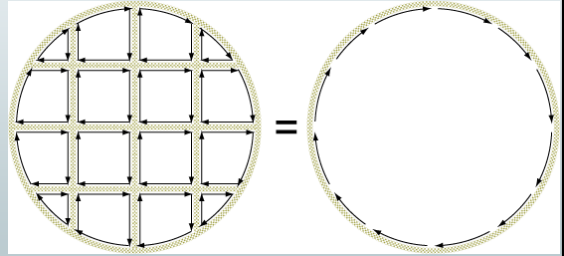
Anschauliche Vorstellungshilfe:

Kreisende Elektronen nach dem bohrschen Atommodell stellen Ringströme dar.

Auch mit dem Elektronenspin ist ein magn. Moment verknüpft, das klassisch nicht zu erklären ist.

### 3.4 Materie im Magnetfeld

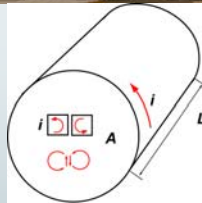
- Elementare Kreisströme in Addition



### 3.4 Materie im Magnetfeld

Def. Magnetisierung:  $M = \left( \frac{\Delta m}{\Delta V} \right) = \frac{dm}{dV}$

(„Magn. Momente pro Volumeneinheit“)

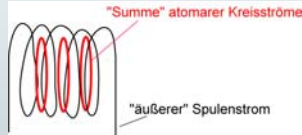


Vorstellung vom Zusammenwirken differentieller Magnetisierungsströme

$$M = \frac{\sum (A_N \cdot I_N)}{A \cdot L} = \frac{N}{L} \cdot I_0 \quad (\text{analog zur Spule})$$

### 3.4 Materie im Magnetfeld

Die magn. Flussdichte resultiert aus makroskopischen und mikroskopischen Anteilen:



$$B = \mu_0 \cdot \underbrace{\frac{N}{L} \cdot I}_H + \mu_0 \cdot M$$

allg.:  $\vec{B} = \mu_0 \cdot (\vec{H} + \vec{M})$

M vom äußeren Feld abhängig:

$$M = \chi_m \cdot H$$

↑  
magn. Suszeptibilität

### 3.4 Materie im Magnetfeld

Den Zusammenhang zwischen Feldstärke H und Magnetisierung M beschreibt die magnetische Suszeptibilität

$\chi_m$ :

Al:	$2,3 \cdot 10^{-5}$
Mg:	$1,2 \cdot 10^{-5}$
Ti:	$7,06 \cdot 10^{-5}$
Cu:	$-0,98 \cdot 10^{-5}$
Ag:	$-2,6 \cdot 10^{-5}$
Fe:	5000 – 7000
Permalloy (55% Fe, 45% Ni):	25000

### 3.4 Materie im Magnetfeld

- Weitere Beschreibungen - Zusammenhang zwischen B und H:

$$B = \mu \cdot H = \mu_0 \mu_r \cdot H;$$

$$\mu_r = 1 + \chi_m$$

### 3.4 Materie im Magnetfeld

#### ■ Diamagnetismus

$\chi_m < 0$ : „Abschwächung“ des Magn.feldes

Vorstellung: Atomare Kreisströme werden beeinflusst

=> Magnetisierung wirkt dem äußeren Feld entgegen

(siehe Lenzsche Regel)

→ Bi im inhom. Feld

→ Kerzenflamme im inhom. Feld

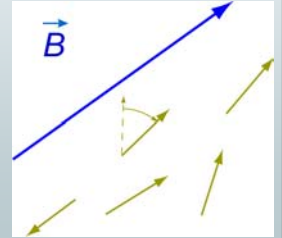
### 3.4 Materie im Magnetfeld

#### ■ Paramagnetismus

$\chi_m > 0$ : „Verstärkung“ des Magnetfeldes

Vorstellung:

Ausrichtung permanenter magn. Dipole



### 3.4 Materie im Magnetfeld

#### ■ Paramagnetismus

Energiebetrachtung:

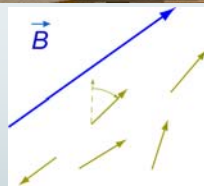
$$E_{Pot} = -\vec{p}_m \cdot \vec{B}$$

Analog E-Feld:  $(E_{Pot} = -\vec{p}_e \cdot \vec{E})$

a) Ausrichtung ist energetisch „günstiger“

b) Paramagnete werden in ein (inhom.) Feld gezogen - Diamagnete abgestoßen

→ Paramagnetische Stoffe (z. B. Sauerstoff) wird ins Feld hinein gezogen



### 3.4 Materie im Magnetfeld

#### ■ Ferromagnetismus

$\chi_m \gg 0$ : ( $\approx 1000$ ) „große Verstärkung“

Vorstellung:

Ausrichtung ganzer Domänen



→ Barkhausen-Effekt (akustisch)  
→ Magnetnadelmodell

### 3.4 Materie im Magnetfeld

#### ■ Magnetische Domänen



### 3.4 Materie im Magnetfeld

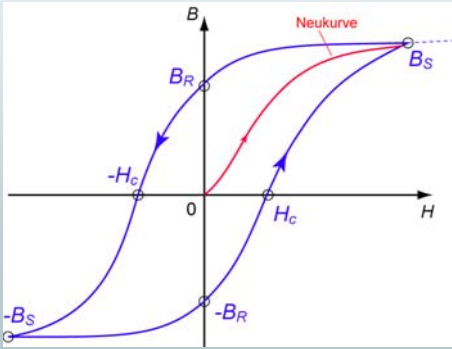
#### ■ Ferromagnetismus

Ferromagnetismus geht oberhalb der sog. Curie-Temperatur  
(Eisen  $T_c \approx 1042 \text{ K} = 730 \text{ °C}$ ) in Paramagnetismus über

→ magnetisierter Nagel wird erhitzt

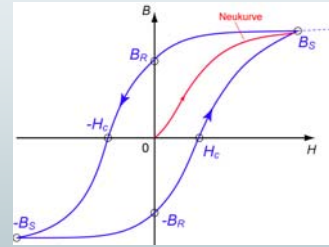
### 3.4 Materie im Magnetfeld

- Hysterese (Magnetisierung ist auch von der "Vorgeschichte" abhängig)



### 3.4 Materie im Magnetfeld

- Hysterese Ummagnetisierung verlangt Energie



! Maßstab:  
 $B > 1000 \mu_0 H$

$B_R$ : Remanenzflussdichte;  $H_c$ : Koerzitivfeldstärke

magnetisch weiche Stoffe:  $0,1 < H_c < 10^3 \text{ A/m}$

magnetisch harte Stoffe:  $0,1 < H_c < 10^3 \text{ A/m}$