Übungen zur Einführung in die Physik I (Nebenfach)

WS 2006/07 9. Übung (Blatt 1) 19.12.2006-08.01.2007

<u>Aufgabe 40:</u> *Schwingungsdifferentialgleichungen - Fortsetzung*
Die Differentialgleichung für den gedämpften Oszillator mit geschwindigkeitsproportionaler Reibungskraft lautet:

$$m\ddot{x} = -\beta\dot{x} - Dx \quad \text{bzw.} \quad m\ddot{x} + \beta\dot{x} + Dx = 0$$

a) Welche Bedeutung haben die Größen?
b) Man zeige, daß $x = Ae^{-\delta t}\cos(\omega t + \varphi)$ diese Differentialgleichung löst, wenn gilt:

$$\delta = \frac{\beta}{2m} \quad , \quad \omega_0 = \sqrt{\frac{D}{m}} \quad , \quad \omega = \sqrt{{\omega_0}^2 - \delta^2} \quad .$$

c) Zeichnen Sie die zugehörigen Graphen entsprechend Übung 7, Aufgabe 36d!

<u>Aufgabe 41:</u> *Erzwungene Schwingung*
Die Differentialgleichung für die gedämpfte Schwingung wurde in Aufgabe 40 behandelt. Wird ein solches System durch eine Äußere periodische Kraft $F = F\,(t)$ angeregt, wird die sich ergebende Schwingung durch folgende Differentialgleichung beschrieben:

$$m\ddot{x} + \beta\dot{x} + Dx = F(t)$$

Nach Abklingen eines Einschwingvorgangs wird diese Schwingung die Frequenz ω haben.

a) Für $F(t) = F_0 e^{i\omega t}$ ermittle man die Bedingung, unter der der Lösungsansatz für die stationäre Schwingung $x = Ae^{i(\omega t + \varphi)}$ die obige Differentialgleichung erfüllt.
b) Man drücke die Amplitude A, den Phasenwinkel φ und die Frequenz ω_0, d.h. die Frequenz, mit der das System ohne Anregung und Dämpfung schwingen würde, durch die in der Differentialgleichung auftretenden Größen aus.
(Hinweis: Sie haben eine <u>komplexe</u> Gleichung vorliegen!)
c) Unter Benutzung der Abklingkonstante $\delta = \beta\,/\,2m$ berechne man die Resonanzfrequenz ω_r, d.h. die Frequenz, für die eine maximale Amplitude auftritt, und gebe diese Amplitude, die Resonanzamplitude A_r, an.
(Hinweis: Überlegen Sie <u>zuerst</u>, welche Terme konstant bleiben und somit für die Suche nach dem Maximum keine Rolle spielen. Rechnen Sie nur mit dem Rest!)
d) Welche Amplitude ergibt sich für $\omega = 0$ und welche für $\omega \to \infty$? Man stelle allgemein Amplitude und Phasenwinkel in Abhängigkeit von ω graphisch dar.

Übungen zur Einführung in die Physik I (Nebenfach)

WS 2006/07 9. Übung (Blatt 2) 19.12.2006-08.01.2007

Aufgabe 42: *Stoßdämpfer eines LKW*
Federn und Stoßdämpfer eines kleinen LKW werden so berechnet, daß sich die Karosserie bei voller Zuladung (Masse m) um eine vorgegebene Strecke s senkt und daß die Räder (Radmasse m_R) bei Stößen im aperiodischen Grenzfall schwingen. Es soll vorausgesetzt werden, daß alle vier Räder gleich belastet sind und jedes Rad einzeln gefedert und gedämpft ist.

Wie groß müssen die Federkonstante k einer Feder und die Reibungskonstante b eines Stoßdämpfers sein? $m = 1{,}8\ t$, $m_R = 40\ kg$, $s = 100\ mm$.

Aufgabe 43: *Schwebung*
Berechnen Sie die resultierende Schwingung aus der ungestörten Superposition der beiden gleichgerichteten Schwingungen $x_1 = A\sin(\omega_1 t)$ und $x_2 = A\sin(\omega_2 t)$ (Schwebung!).

Man setze dabei: $\omega_1 - \omega_2 = \Delta\omega$ und $\frac{(\omega_1 + \omega_2)}{2} = \omega$

Zeichnen Sie maßstäblich (Funktionsplotter!!) die Zeitabhängigkeit der Ausgangsschwingungen, der resultierenden Schwingung sowie deren Amplitude für $\nu_1 = 7\ Hz$ und $\nu_2 = 5\ Hz$.
Wie groß ist die Schwebungsfrequenz?

Aufgabe 44: *Wellengleichung*
Die Differentialgleichung einer eindimensionalen Welle hat die Form $\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2}$.

a) Man zeige, daß der Lösungsansatz: $\xi = A\cos(\omega t - kx)$ diese Gleichung erfüllt.
b) Verallgemeinerung: zeigen Sie auch, daß $\xi = f(x \pm ct)$, wobei *f* eine beliebige, zweimal differenzierbare Funktion seines Arguments ist, die obige Differentialgleichung erfüllt.

Schöne Weihnachtsferien!