Formelsammlung Physik E1 – Stand 18.02.2011

Kinematik: Ortsvektor $\vec{r}\left(t\right)=\begin{pmatrix}x(t)\\y(t)\\z(t)\end{pmatrix}$ kartesische Koordinaten

mittlere Geschwindigkeit $\vec{v}_{\text{mittel}}=\frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}=\frac{\vec{r}_2-\vec{r}_1}{t_2-t_1}$ Momentangeschwindigkeit $\vec{v}\left(t\right)=\frac{d\vec{r}}{dt}=\dot{\vec{r}}$

mittlere Beschleunigung $\vec{a}_{\text{mittel}}=\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}=\frac{\vec{v}_2-\vec{v}_1}{t_2-t_1}$ Momentanbeschleunigung $\vec{a}\left(t\right)=\frac{d\vec{v}}{dt}=\dot{\vec{v}}=\ddot{\vec{r}}$

Kreisbewegung: Winkel $\varphi=\frac{b}{r}$ (*b* Bogenlänge; *r* Radius)

-> Winkelgeschwindigkeit $\vec{\omega}\left(t\right)=\frac{d\vec{\varphi}}{dt}=\dot{\vec{\varphi}}$ -> Bahngeschwindigkeit $\vec{v}=\vec{\omega}\times\vec{r}$

Kraft und Impuls: Impuls $\vec{p}=m\cdot\vec{v}$ -> Grundgesetz der Mechanik - Kraft $\boxed{\vec{F}=\frac{d\vec{p}}{dt}=\dot{\vec{p}}=m\cdot\dot{\vec{v}}+\dot{m}\cdot\vec{v}}$

Impulserhaltung ($\dot{\vec{p}}=\vec{0}$) gilt, falls die Summe aller externen Kräfte Null ist.

Spezielles Kraftgesetz Hookesche Feder: $F(x)$ = - Dx mit Dehnung/Stauchung x

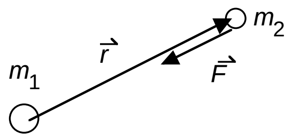
Arbeit, Energie, Leistung: Kinetische Energie $E_{\text{kin}}=\frac{1}{2}mv^2$

Arbeit $W=\int\limits_{\text{Kurve}}\vec{F}\cdot d\vec{s}$ mit $\vec{F}\cdot d\vec{s}=F\cdot\cos\alpha\cdot ds$ (α Winkel zwischen $\vec{F}$ und $d\vec{s}$)

Pot. Energie $E_{\text{pot}}\left(\vec{r}\right)=E_{\text{pot}}\left(\vec{r}\right)-E_{\text{pot}}\left(\vec{r}_0\right)=-\int\limits_{\vec{r}_0}^{\vec{r}}\vec{F}\left(\vec{r}\right)\cdot d\vec{r}$ mit $E_{\text{pot}}\left(\vec{r}_0\right)=0$

Leistung $P=\frac{dW}{dt}=\frac{\vec{F}\cdot d\vec{r}}{dt}=\vec{F}\cdot\vec{v}=F\cdot\cos\alpha\cdot v$ (α Winkel zwischen $\vec{F}$ und $\vec{v}$)

Gravitationsfeld, Kraft, Feldstärke, Potenzial:



Gravitationskraft $\vec{F}=-G\cdot\frac{m_1\cdot m_2}{r^2}\cdot\vec{e}_r$ (immer anziehend!)

Feldstärke $\vec{g}=\frac{\vec{F}}{m_2}=-G\cdot\frac{m_1}{r^2}\cdot\vec{e}_r$ (m_2 ist „kleine" Probemasse im Feld von m_1)

Pot. Energie $E_{\text{pot}}\left(\vec{r}\right)=-\int\limits_{\infty}^{\vec{r}}\vec{F}\left(\vec{r}\right)\cdot d\vec{r}=-G\cdot\frac{m_1\cdot m_2}{r}$ mit $E_{\text{pot}}\left(\infty\right)=0$ und $\vec{F}=-grad\ E_{\text{pot}}$

Potenzial $\varphi_{\text{pot}}\left(\vec{r}\right)=\frac{E_{\text{pot}}\left(\vec{r}\right)}{m_2}=-\int\limits_{\infty}^{\vec{r}}\vec{g}\left(\vec{r}\right)\cdot d\vec{r}=-G\cdot\frac{m_1}{r}$ mit $\varphi_{\text{pot}}\left(\infty\right)=0$ und $\vec{g}=-grad\ \varphi$

Systeme von Punktmassen, Stöße, Schwerpunkt

Mechanische Energieerhaltung gilt nur für voll elastische Stöße, Impulserhaltung für alle Stöße.

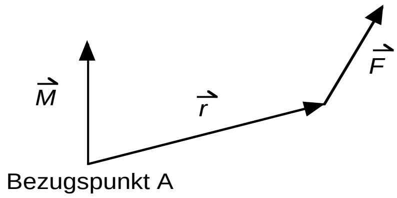
Ortskoordinate des Schwerpunkts $\vec{r}_{\text{SP}}=\frac{\sum m_i\vec{r}_i}{\sum m_i}=\frac{\sum m_i\vec{r}_i}{m_{\text{ges}}}$

Gesamtimpuls und Schwerpunktgeschwindigkeit $\vec{p}_{\text{ges}}=m_{\text{ges}}\cdot\vec{v}_{\text{SP}}=\sum m_i\cdot\vec{v}_i$

reduzierte Masse eines Systems aus zwei Massen(punkten) $\mu=\frac{m_1\cdot m_2}{m_1+m_2}$

Raketengleichung in der Schwerelosigkeit – Endgeschwindigkeit $v_R\left(t\right)=u_{\text{Gas}}\cdot\ln\frac{m_R(t)}{m_0}$

Drehbewegung, Rotation starrer Körper:



Drehmoment und Drehimpuls sind abhängig vom gewählten Bezugspunkt!

Drehmoment $\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$ mit $\vec{M} \perp \vec{r}$ und $\vec{M} \perp \vec{F}$

Drehimpuls $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} = m \cdot (\vec{r} \times \vec{v})$ -> Grundgesetz der Drehbewegung $\boxed{\vec{M} = \frac{d\vec{L}}{dt} = \dot{\vec{L}}}$

Drehimpulserhaltung ($\dot{\vec{L}} = \vec{0}$) gilt, falls die Summe aller externen Drehmomente Null ist.

Trägheitsmoment Punktmasse $J = mr^2$ -> ausgedehnter Körper $J = \int r^2 dm$ mit $dm = \rho dV$

Satz von Steiner: $J_{\text{außen}} = J_{\text{Schwerpunkt}} + md^2$ bei parallelen Drehachsen und Achsenabstand d

Feste Achse A -> $\vec{L} = J_A \cdot \vec{\omega}_A$ und $\vec{M} = J_A \cdot \dot{\vec{\omega}}_A$

Rotationsenergie $E_{\text{rot}} = \frac{1}{2} J\omega^2$

Arbeit $W = \int \vec{M} \cdot d\vec{\varphi}$ mit $\vec{M} \cdot d\vec{\varphi} = M \cdot \cos\alpha \cdot d\varphi$ (α Winkel zwischen $\vec{M}$ und $d\vec{\varphi}$)

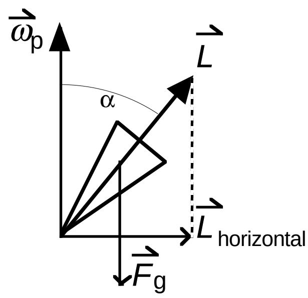
Leistung $P = \frac{dW}{dt} = \frac{\vec{M} \cdot d\vec{\varphi}}{dt} = \vec{M} \cdot \vec{\omega} = M \cdot \cos\alpha \cdot \omega$ (α Winkel zwischen $\vec{M}$ und $\vec{\omega}$)

Ortskoordinate des Schwerpunkts eines starren Körpers $\vec{r}_{\text{SP}} = \frac{1}{M} \int \vec{r} \cdot \rho(\vec{r}) dV$ mit $\rho = \frac{dM}{dV}$

Gleichgewichtsbedingungen für den starren Körper $\sum \vec{F}_i = \vec{0}$ und $\sum \vec{M}_i = \vec{0}$

Präzession des schweren Kreisels – äußeres Drehmoment aufgrund der Gewichtskraft ändert die Richtung des Drehimpulses (nur der Horizontalanteil ändert sich!)
Betrag der Präzessionskreisfrequenz:

$$\left|\vec{\omega}_{\text{p}}\right| = \frac{\left|\vec{M}\right|}{\left|\vec{L}_{\text{horizontal}}\right|} = \frac{\left|\vec{M}\right|}{\left|\vec{L}\right| \cdot \sin\alpha}$$



Scheinkräfte im gleichförmig rotierenden Bezugssystem

Zentrifugalkraft $\vec{F}_{\text{Zentrifugal}} = -m\vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r})$ Corioliskraft $\vec{F}_{\text{Coriolis}} = -2m\vec{\omega} \times \vec{v}$

Spezielle Relativitätstheorie

Zeitdilatation $\Delta t = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \cdot \Delta t_0$ Längenkontraktion $\Delta l = \sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}} \cdot \Delta l_0$

Reibung:

Allgemein: Reibungskraft = Reibungskoeffizient mal Normalkraft $\left|\vec{F}_{\text{R}}\right| = \mu \cdot \left|\vec{F}_{\text{N}}\right|$

Speziell Stoke´sche Reibung auf kleine bewegte Kugel in zäher Flüssigkeit: $\vec{F}_{\text{R}} = -6\pi\eta r\vec{v}$

Speziell Newton`sche Reibung (Luftwiderstand): $\vec{F}_{\text{R}} = -\frac{1}{2} c_{\text{w}} \rho A \left|\vec{v}\right| \vec{v}$

Harmonische Schwingung (frei, ungedämpft):

Bewegungsgleichung linear: $m\ddot{x} = -Dx$ und bei Drehbewegung $J\ddot{\varphi} = -D^*\varphi$

Lösungsansatz $x(t) = x_0 \cdot \sin(\omega_0 t + \varphi)$ bzw. komplex $x(t) = C \cdot e^{\lambda t}$ liefert $\omega_0 = \sqrt{\frac{D}{m}}$ mit $\omega_0 = 2\pi f_0$

Anharmonische Schwingung (frei, ungedämpft):
Achtung: Fadenpendel (Math. Pendel) und alle Physikalischen Pendel haben nichtlineare Bewegungsgleichungen und schwingen deshalb anharmonisch außer bei sehr kleinen Auslenkungen!

Strategie zur Aufstellung von Bewegungsgleichungen:
Gesamtdrehmoment bei Auslenkung (als Vektor) aufstellen und Grundgesetz der Drehbewegung (s.o.) verwenden
oder
Gesamtenergie aufstellen und nach der Zeit ableiten.

Gedämpfte Schwingung mit geschwindigkeitsproportionaler Reibung:

Bewegungsgleichung linear: $m\ddot{x} = -Dx - \beta\dot{x}$ (und bei Drehbewegung $J\ddot{\varphi} = -D^*\varphi - \beta^*\dot{\varphi}$)

Lösungsansatz $x(t) = Ae^{-\delta t}\cos(\omega t + \varphi)$ mit $\delta = \frac{\beta}{2m}$, $\omega_0 = \sqrt{\frac{D}{m}}$, $\omega = \sqrt{\omega_0^{\,2} - \delta^2}$

Erzwungene Schwingung mit geschwindigkeitsproportionaler Reibung:

Bewegungsgleichung linear: $m\ddot{x} = -Dx - \beta\dot{x} + F_{\text{extern}}(t)$

(Harmonische) Wellen:

1-dim Wellengleichung: $\frac{\partial^2 f(x,t)}{\partial x^2} = \frac{1}{v_{\text{Phase}}^2} \cdot \frac{\partial^2 f(x,t)}{\partial t^2}$

Lösung (laufende Welle): $f(x,t) = A\sin(\omega t - kx) = A\sin\left(2\pi\nu t - \frac{2\pi}{\lambda}x\right)$

mit Amplitude A, Wellenlänge λ, Wellenzahl $k = \frac{2\pi}{\lambda}$, Frequenz ν (Nü) und $v_{\text{Phase}} = \lambda \cdot \nu = \frac{\omega}{k}$.

Stehende Welle z.B. durch Überlagerung $g(x,t) = A\sin(\omega t - kx) + A\sin(\omega t + kx)$

Ruhende Flüssigkeiten:

Druck: $p = \frac{|\vec{F}|}{|\vec{A}|}$ (skalare Größe, keine Richtung!)

Kompressibilität $\kappa = -\frac{1}{V} \cdot \frac{\partial V}{\partial p}$

Schweredruck: $p = \rho g h$ (Schweredruck in Gasen nicht linear, barometrische Höhenformel!)
Auftrieb: Gewichtskraft des verdrängten Fluids (Archimedes) $F_{\text{Auftrieb}} = \rho_{\text{Fluid}} \cdot V_{\text{verdrängt}} \cdot g$

Fluidoberflächen:
Spezifische Oberflächenenergie (Energie pro Fläche) = Oberflächenspannung (Kraft pro Länge)

Strömung in reibungsfreiem, inkompressiblem Fluid:

Bernoulli-Gleichung $p + \frac{1}{2}\rho u^2 + \rho g h = const.$ (Energieerhaltung)

Kontinuitätsgleichung $A_1 u_1 = A_2 u_2$ (Erhaltung des Volumens, der Masse)

Ideales Gas:

Zustandsgleichung $pV = \nu RT$ oder $pV = Nk_B T$ mit Stoffmenge ν, Teilchenzahl N und den universellen Konstanten R (Gaskonstante) sowie k_B (Boltzmann-Konstante)

Also gilt: $\nu R = Nk_B$. Für die Stoffmenge $\nu = 1\text{mol}$ folgt $R = N_A k_B$ mit der Avogadrozahl N_A.

Bei einer abgeschlossenen Gasmenge (Stoffmenge bzw. Teilchenzahl konstant) verwendet man die Zustandsgleichung häufig auch in folgender Form:

$\frac{pV}{T} = const.$ bzw. $\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2}$ für die Zustände 1 und 2.

Aus der Zustandsgleichung folgen die Zusammenhänge für die speziellen Zustandsänderungen:
isotherm (T = const.)
isochor (V = const.)
isobar (p = const.)

Kinetische Gastheorie:

Teilchenenergie pro Freiheitsgrad: $\frac{1}{2} k_B T$

Mittlere kinetische Teilchenenergie (3 Freiheitsgrade der Translation): $\langle E_{kin} \rangle = \frac{3}{2} k_B T = \frac{1}{2} m \langle v^2 \rangle$

(auch kinetische Definition der absoluten Temperatur)

daraus folgt mit der allgemeinen Gasgleichung für den Druck $p = \frac{1}{3}\rho \langle v^2 \rangle$

Gesamte Energie eines idealen Gases (N Teilchen, f Freiheitsgrade) ->

Innere Energie $U = N \cdot f \cdot \frac{1}{2} k_B T = \nu \cdot f \cdot \frac{1}{2} RT$

Wärmemenge und Wärmekapazität:

$\Delta Q = C \cdot \Delta T$

$\Delta Q = c \cdot m \cdot \Delta T$ mit Wärmekapazität (WK) C, massenspezifische WK c, molare WK c_{molar}

$\Delta Q = c_{molar} \cdot \nu \cdot \Delta T$

1. Hauptsatz der Thermodynamik (Energieerhaltung):

$\Delta U = \Delta Q + \Delta W$ mit $\Delta W = -p\Delta V$

oder differentiell

$dU = \partial Q + \partial W$ mit $\partial W = -pdV$